

Aufgaben zu Mischungstemperaturen

Lösungen

$$\vartheta = \frac{c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

$$c_1 = c_2 = 4186,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Aufgabe 1: a) $\vartheta = \frac{c_1 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 30^\circ\text{C} + c_2 \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot 5^\circ\text{C}}{c_1 \cdot 0,2 \text{ kg} + c_2 \cdot 0,5 \text{ kg}}$

$$= \frac{35587,8 \text{ J}}{2930,76 \text{ J/}^\circ\text{C}} = 12\frac{1}{7}^\circ\text{C} \approx \underline{\underline{12,1^\circ\text{C}}}$$

b), c) Das Ergebnis ist immer dasselbe, da sich $c_1 = c_2$ herauskürzen lässt:

$$\vartheta = \frac{c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2}{c_1 \vartheta_1 + c_2 \vartheta_2} = \frac{c_1 (m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2)}{c_1 (m_1 + m_2)}$$

$$\vartheta = \frac{m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2}{m_1 + m_2} \left(= \frac{8,5 \text{ kg} \cdot ^\circ\text{C}}{0,7 \text{ kg}} \right)$$

Aufgabe 2 a) $c_1 = 846 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ (Porzellan)
 $m_1 = 0,125 \text{ kg}$
 $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$

$c_2 = 4186,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ (Tee,)
 $m_2 = 0,150 \text{ kg}$ Wasser
 $\vartheta_2 = 80^\circ\text{C}$

$$\vartheta = \frac{2115 \text{ J} + 50241,6 \text{ J}}{105,75 \text{ J/K} + 628,02 \text{ J/}^\circ\text{C}} = \frac{52356,6 \text{ J}}{733,77 \text{ J/}^\circ\text{C}} = 71,35288^\circ\text{C}$$

b) $Q = 846 \cdot 0,125 \cdot (71,35 - 20) \text{ J} = \underline{\underline{5430,6 \text{ J}}} \approx \underline{\underline{71,4^\circ\text{C}}}$

Aufgabe 2c) $c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2 = c_1 m_1 \vartheta + c_2 m_2 \vartheta$

$$\Leftrightarrow \vartheta_1 = \vartheta + \frac{c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2)}{c_1 m_1} = \vartheta + \frac{Q}{c_1 m_1}$$

(auch aus $Q = c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta) = c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2)$ bzw.

gegeben: $c_1 = 846 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ $c_2 = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

$m_1 = 0,125 \text{ kg}$ $m_2 = ?$

$\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ $\vartheta_2 = 80^\circ\text{C}$

$\vartheta = 60^\circ\text{C}$

$$\vartheta_2 = \vartheta - \frac{Q}{c_2 m_2}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta - \frac{c_1 m_1 (\vartheta - \vartheta_1)}{c_2 m_2}$$

$$m_2 = \frac{Q}{c_2 (\vartheta_2 - \vartheta)} \quad \underline{\underline{0,05052 \text{ kg}}}$$

$$= \frac{4230 \text{ J}}{4187 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (80 - 60) \text{ K}} \quad \underline{\underline{= 50,5 \text{ g}}}$$

$Q = 846 \cdot 0,125 \cdot (60 - 20) \text{ J} = 4230 \text{ J}$

noch zu 2e)

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta}$$

$$2d) \quad \theta_2 = \theta + \frac{Q}{c_2 m_2}$$

$$\theta_2 = 65^\circ\text{C} + \frac{4758,75 \text{ J}}{4186,8 \cdot 0,2 \text{ J/K}}$$

$$Q = c_1 m_1 \cdot (\theta_1 - \theta) \\ = 846 \cdot 0,15 \cdot (65 - 20) \text{ J}$$

$$= 65^\circ\text{C} + 5,68304 \text{ K}$$

$$= \underline{\underline{70,7^\circ\text{C}}}$$

$$= 4758,75 \text{ J}$$

Aufgabe 3 a) $c_1 = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ (Sand)

$$m_1 = 0,6 \text{ kg}$$

$$\theta_1 = 50^\circ\text{C}$$

$$m_2 = 0,1 \text{ kg}$$

$$\theta_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$\theta = \frac{25200 \text{ J} + 8373,6 \text{ J}}{504 \text{ J/K} + 4186,8 \text{ J/K}} = \frac{33573,6 \text{ J}}{922,8 \text{ J/K}} = 36,387^\circ\text{C} \\ \approx \underline{\underline{36,4^\circ\text{C}}}$$

So wenig Wasser reicht aus, um den Sand auf Körpertemperatur abzukühlen!

$$Q = 840 \cdot 0,6 \cdot (50 - 36,4) \text{ J} \\ = \underline{\underline{6861 \text{ J}}}$$

Fortsetzung Aufgabe 3)

b) $U_1 = 452 \cdot 2,5 \cdot 800 \text{ J} = 904\,000 \text{ J}$ (rot geheizte Eisstränge)

$U_2 = 4187 \cdot 10 \cdot 20 \text{ J} = 837\,360 \text{ J}$

$C_1 + C_2 = 1130 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 41868 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 42\,998 \frac{\text{J}}{\text{K}}$
(Eisen Wasser)

$\vartheta = \frac{U_1 + U_2}{C_1 + C_2} = \frac{1\,741\,360 \text{ J}}{42\,998 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 40,5^\circ\text{C}$

$Q = 452 \cdot 2,5 \cdot (800 - 40,5) \text{ J} = 858\,235 \text{ J}$

c) $U_1 = 896 \cdot 0,3 \cdot (-18) \text{ J} = -48\,384 \text{ J}$ Aluminiumkegel

$U_2 = 4187 \cdot 0,2 \cdot 20 \text{ J} = 167\,477 \text{ J}$

$C_1 + C_2 = 268,8 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 837,36 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$\vartheta = \frac{U_1 + U_2}{C_1 + C_2} = \frac{11\,909 \text{ J}}{1106,16 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 10,766^\circ\text{C}$

Die Wassertemperatur verringert sich um

$9,234^\circ\text{C} \approx 9,2^\circ\text{C}$

$Q = 4186,8 \cdot 0,2 \cdot 10,766 \text{ J} = 9015 \text{ J}$

Aufgabe 4:

$c_1 = 2400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

$c_2 = 4186,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

$m_1 = ?$

$m_2 = 1 \text{ kg}$

$\vartheta_1 = 30^\circ\text{C}$

$\vartheta_2 = 20^\circ\text{C}$

$\vartheta = 25^\circ\text{C}$

$\Rightarrow U_2 = 837\,360 \text{ J}$

$c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2 = c_1 m_1 \vartheta + c_2 m_2 \vartheta$

$\Rightarrow m_1 c_1 (\vartheta_1 - \vartheta) = c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2)$

$\Rightarrow m_1 = m_2 \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{4186,8}{2400} \cdot \frac{5^\circ\text{C}}{5^\circ\text{C}}$

b) $c_2 = 129 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ (Blei) $\vartheta_2 = 70^\circ\text{C}$ = 1,7445 kg
 $c_1 = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ (Wasser) $\vartheta_1 = 0^\circ\text{C}$ ($\approx 1,75 \text{ kg} \approx 1\frac{3}{4} \text{ kg}$)
 $m_2 = 7,5 \text{ kg}$ $\vartheta = 20^\circ\text{C}$

$m_1 = 7,5 \text{ kg} \cdot \frac{4187,5}{129 \text{ K}} \cdot \frac{-50^\circ\text{C}}{-20^\circ\text{C}} = 0,5777 \text{ kg} \approx 578 \text{ g}$

Wasser reichen aus.

Aufgabe 5

Löse nach c_1 auf:

$$c_1 = ?$$

$$m_1 = 0,25 \text{ kg}$$

$$\vartheta_1 = 40,00^\circ\text{C}$$

$$\vartheta = 22,01^\circ\text{C}$$

Es handelt sich wohl um Messing.

$$c_2 = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ kg}$$

$$\vartheta_2 = 20,00^\circ\text{C}$$

$$c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta) = c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2)$$

$$\Leftrightarrow c_1 = c_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta}$$

$$c_1 = 4187 \cdot \frac{0,2}{0,25} \cdot \frac{2,01}{17,99} \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$
$$= \underline{\underline{374,2 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}}$$

Aufgabe 6

$$c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta) = c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2)$$

$$c_1 = 238 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \text{ (Silber)}$$

$$m_1 = 6 \text{ g} = 0,006 \text{ kg}$$

$$\vartheta_1 = ?$$

$$c_2 = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \text{ (Quecksilber)}$$

$$m_2 = 20 \text{ g} = 0,02 \text{ kg}$$

$$\vartheta_2 - \vartheta = 3 \text{ K}$$

$$Q = c_2 m_2 (\vartheta - \vartheta_2) = \underline{\underline{8,4 \text{ J}}} = 140 \cdot 0,02 \cdot 3 \text{ J}$$

$$= c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta) \Leftrightarrow \vartheta_1 - \vartheta = \frac{Q}{c_1 m_1} = \frac{8,4 \text{ J}}{238 \cdot 0,006 \frac{\text{J}}{\text{K}}}$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta_1 - \vartheta + \vartheta - \vartheta_2$$

$$= 5,88 \text{ K} + 3 \text{ K}$$

$$= \underline{\underline{8,88 \text{ K}}}$$

$$= \frac{8,4 \text{ J}}{1,428 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 5,88235 \text{ K}$$