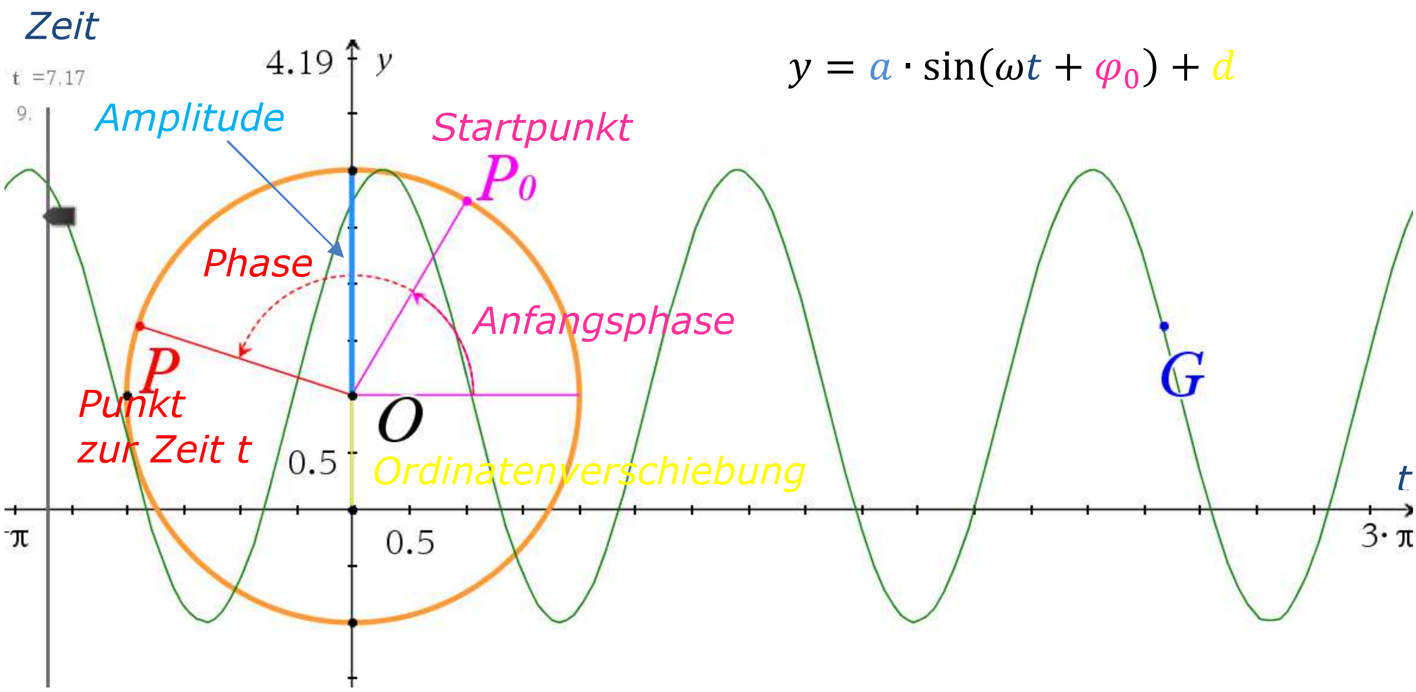
Verschiebung, Streckung und Spiegelung von Funktionsgraphen

$f(x) + d$	Wird zum Term $f(x)$ einer Funktion eine reelle Zahl d dazu addiert, so wird der Graph um d in Richtung der positiven Ordinate („nach oben") verschoben.
$f(x - c)$	Wird vom Argument x eine reelle Zahl c abgezogen, so wird der Graph um c in Richtung der positiven Abszisse („nach rechts") verschoben .
$a \cdot f(x)$	Wird der Funktionsterm mit einer positiven reellen Zahl multipliziert, so wird der Graph für $a > 1$ um den Faktor a in Ordinaten-Richtung gestreckt . für $0 < a < 1$ in y-Richtung gestaucht .
$f(b \cdot x)$	Wird das Argument mit einer reellen Zahl b multipliziert, so wird der Graph für $b > 1$ um den Faktor $1/b$ in Abszissen-Richtung gestaucht („enger") . für $0 < b < 1$ in Abszissen-Richtung gestreckt („weiter").
$-f(x)$	Wird die Gegenzahl des Funktionsterms gebildet, so wird der Graph an der Abszisse gespiegelt.
$f(-x)$	Wird für das Argument x die Gegenzahl $-x$ eingesetzt, so wird der Graph an der Ordinate gespiegelt.
$-f(-x)$	Wird sowohl vom Argument als auch vom Funktionsterm die Gegenzahl genommen, so wird der Graph am Ursprung punktgespiegelt.
$y = f(x) \rightarrow$ $x = f(y)$ $y = f^{-1}(x)$	Werden bei einer eineindeutigen Funktion Ordinate und Abszisse vertauscht, so erhält man die Umkehrfunktion. Ihr Graph ergibt sich aus dem Graphen der Funktion durch Spiegelung den der 1. Winkelhalbierenden.

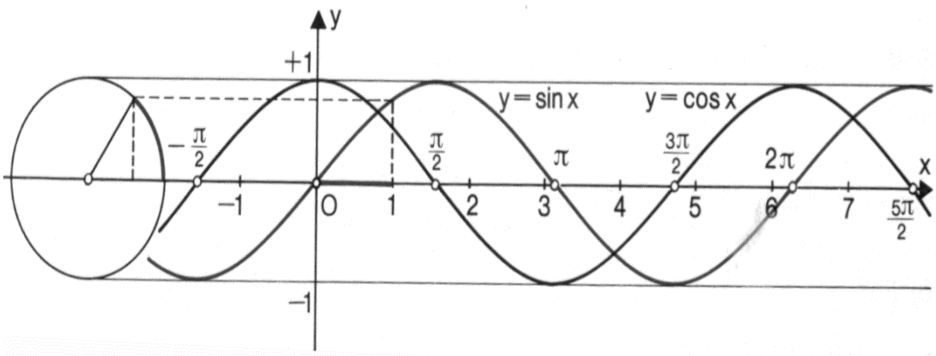
Allgemeine Sinusfunktion als Projektion der Kreisbewegung
Interpretation der Parameter



d	Ordinatenverschiebung	Ordinate („Höhe“) des Kreismittelpunktes O
a	Amplitude	Radius des Kreises
$\Phi = \omega t + \varphi_0$	Phase	Drehwinkel des Punktes P
φ_0	Anfangsphase (Gegenzahl der Phasenverschiebung ϕ)	Drehwinkel des Startpunktes P0
c	Abszissenverschiebung	Startzeitpunkt
ω	Kreisfrequenz	Winkelgeschwindigkeit der Bewegung von P um O
$\omega < 0$		Umkehrung der Drehrichtung

Lösen einfacher Gleichungen sin(x) = a und cos(x) = a.

Wegen der Periodizität haben die Gleichungen entweder keine Lösung oder unendlich viele Lösungen.
Im Intervall $[0;2\pi[$ gilt:

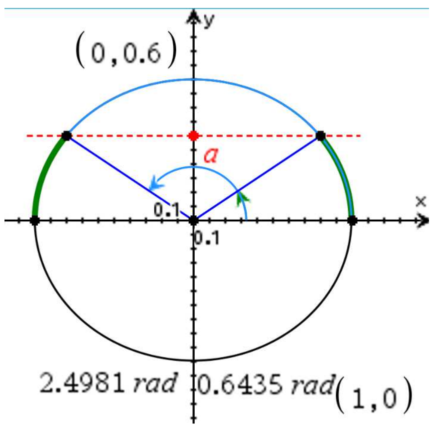


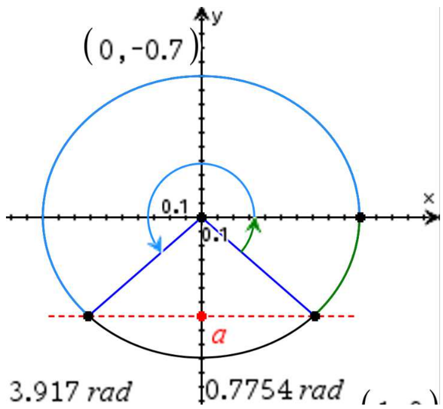
Für $|a| > 1$ haben die Gleichungen dort keine Lösung.

Für $|a| = 1$ haben die Gleichungen dort genau eine Lösung.

Für $|a| < 1$ haben die Gleichungen dort zwei Lösungen.

Der Taschenrechner liefert immer nur eine Lösung, nämlich $x_0 = \arcsin(a)$, bzw. $x_0 = \arccos(a)$.
Für die zweite kann man sich am Graphen oder am Einheitskreis folgendes überlegen:

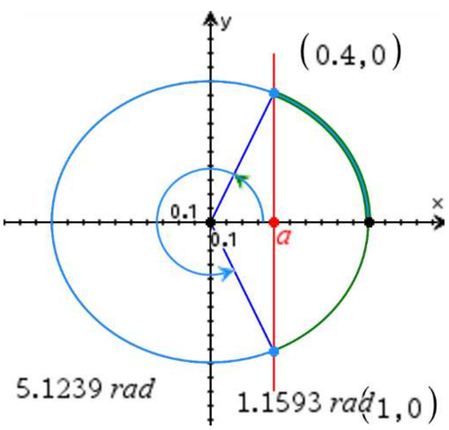




Für $\sin(x) = a$: Es ist $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ und $\sin(\pi - x) = \sin(x)$. x_0 liegt in $[-\pi/2 ; \pi/2]$

Falls $0 \leqslant a < 1$ ist eine Lösung $x_1 = x_0$ und die zweite $x_2 = \pi - x_0$.

Falls $-1 < a < 0$ ist der vom Taschenrechner ausgegebene Wert negativ!
Dann ist eine Lösung $x_1 = \pi - x_0$ und die zweite $x_2 = 2\pi + x_0$.



Für $\cos(x) = a$:
Es ist $\cos(2\pi - x) = \cos(x)$ und x_0 immer in $[0;\pi]$
Daher ist eine Lösung $x_1 = x_0$ und die zweite $x_2 = 2\pi - x_0$

Wenn man die Lösung(en) aus dem Intervall $[0;2\pi[$ gefunden hat, kann man alle reellen Lösungen angeben, indem man den Term $2k\pi$ addiert, wobei k eine beliebige ganze Zahl ist.