

Auflösen von Formeln nach einer Größe

1. Bearbeite auf Seite 58 des Lehrbuches „mathe.delta 8“ das Einstiegsbeispiel oben!
Die Formeln sollten dir eigentlich alle bekannt sein. Probiere die Zuordnung zuerst alleine

Erläuterung für den dritten Arbeitsauftrag

Oft ist nicht die Größe gesucht, die auf der linken Seite steht, sondern gerade bekannt, dafür aber eine andere gesucht. Dann kann man die Formel durch Äquivalenzumformungen umstellen, bevor man einsetzt. Dazu zwei Beispiele:

a) Flächeninhalt eines Rechteckes: $A = a \cdot b$. Gegeben: $A = 18 \text{ cm}^2$, $b = 4 \text{ cm}$.

$$A = a \cdot b \quad | : a$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{a} = b$$

Jetzt kann man die Seiten vertauschen und einsetzen:

$$b = \frac{A}{a} = \frac{18 \text{ cm}^2}{4 \text{ cm}} = 4,5 \text{ cm}$$

Das hättest du zwar auch ohne Äquivalenzumformungen herausbekommen, aber dieser Weg wird dir vor allem in den Naturwissenschaften sehr hilfreich sein. Du brauchst dir dann nämlich nur eine Formel zu merken und nicht alle Umstellungen. Erinnerung z.B. an die Prozentrechnung

$$\text{b) } p\% = \frac{W}{G} \quad | \cdot G$$

$$\Leftrightarrow p\% \cdot G = W \quad | : p\% \quad \text{oder Seiten vertauscht} \quad \Leftrightarrow W = p\% \cdot G$$

$$\Leftrightarrow G = \frac{W}{p\%}$$

So merkst du dir nur eine Formel und kannst sie nach jeder darin auftretenden Größe freistellen!
Dabei musst du allerdings zwei wichtige Regeln beachten:

- 1. Kehre immer die Rechnung als erstes um, die als letztes ausgeführt wird!**
- 2. Wenn eine Größe im Nenner steht, bringe sie durch Multiplizieren zuerst in den Zähler (auf der anderen Seite).**

So ist es bei b) unbedingt nötig, als erstes $| \cdot G$ zu machen, da als letzte (und einzige!) Rechnung durch G geteilt wird. Die Idee $| : W$ führt dagegen in die Irre:

$$p\% = \frac{W}{G} \quad | : W \quad \Leftrightarrow \frac{p\%}{W} = \frac{W}{G} : W = \frac{W}{G} : \frac{W}{1} = \frac{W}{G} \cdot \frac{1}{W} = \frac{1}{G}$$

Jetzt ist die Gleichung nicht nach G , sondern nach dem Kehrwert von G aufgelöst! Wenn man jetzt auf beiden Seiten den Kehrwert nimmt, erhält man die richtige Gleichung. Da besteht aber die Gefahr, das zu vergessen, so dass ich dir Regel 2 besonders ans Herz lege!

Bearbeite nun das Einstiegsbeispiel fertig!

2. Lies anschließend Merkwissen und Beispiel I gründlich durch
3. Bearbeite dann die Aufgaben 1. und 2. auf Seite 59.

4. Bearbeite die **Beispiele aus der Physik:**

Löse nach allen auftretenden Größen auf!

Beachte: Immer erst in Produktform bringen (mit Nennern multiplizieren)!

a) Leistung

$$P = \frac{W}{t}$$

g) Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g$$

b) Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t}$$

h) Arbeit

$$W = F \cdot s$$

c) Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

i) Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

d) Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

j) Hangabtriebskraft

$$\frac{F_H}{F_G} = \frac{h}{l}$$

e) Prozentrechnung

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

k) elektrische Leistung

$$P = U \cdot I$$

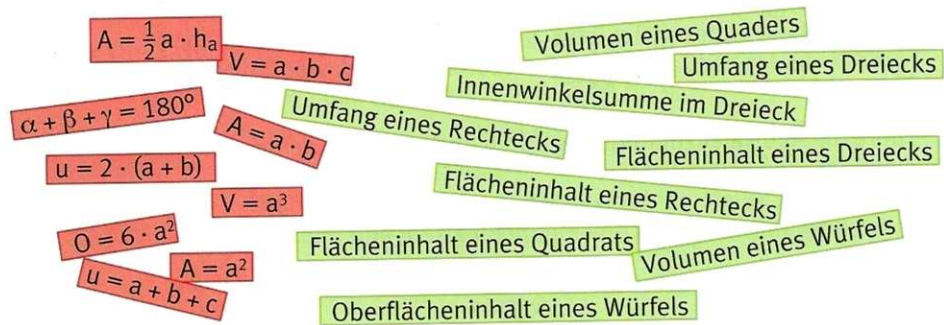
f) Zinsrechnung

$$\frac{p}{100} = \frac{Z}{K}$$

l) Beschleunigung

$$a = \frac{v}{t}$$

- Ordne die Angaben in den Kästchen einander zu.



- Erkläre jeweils die vorkommenden Variablen.
- Forme jede Formel so um, dass die Variable a bzw. a^2 , a^3 oder α alleine auf einer Seite steht.

Lösungen:

Volumen eines Quaders: $V = a \cdot b \cdot c$ V: Volumen des Quaders, a,b,c Kantenlängen
 $V = a \cdot b \cdot c \quad | :c \iff V : c = a \cdot b \quad | :b, \text{ tauschen} \iff a = V : c : b$.

Dies kann man aber schöner schreiben: $a = \frac{V}{1} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{b} = \frac{V \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot c \cdot b} = \frac{V}{b \cdot c}$.

Umfang eines Dreiecks: $u = a + b + c$ u : Umfang, a,b,c Seitenlängen des Dreiecks
 $u = a + b + c \quad | -c \iff u - c = a + b \quad | -b, \text{ tauschen} \iff a = u - b - c$.

Innenwinkelsumme im Dreieck: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ α, β, γ Größe der Innenwinkel
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad | -\gamma \iff \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma \quad | -\beta \iff \alpha = 180^\circ - \beta - \gamma$

Umfang eines Rechtecks: $u = 2 \cdot (a + b)$ u : Umfang, a,b Seitenlängen des Rechtecks
 $u = 2 \cdot (a + b) \quad | :2 \iff u : 2 = a + b \quad | -b, \text{ tauschen} \iff a = u : 2 - b$.

Auch dies schreibt man schöner als Bruch: $a = \frac{u}{2} - b = \frac{1}{2}u - b$.

Flächeninhalt eines Dreiecks $A = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ A: Flächeninhalt a : Länge einer Dreieckseite
 h_a : Länge der Höhe auf dieser Dreieckseite

$A = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad | : \frac{1}{2} \text{ oder geschickter } | \cdot 2 \iff 2A = a \cdot h_a \quad | : h_a, \text{ tauschen} \iff a = 2A : h_a$

Auch hier ist wiederum die Bruchschreibweise üblicher: $a = \frac{2A}{h_a}$.

Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = a \cdot b$ A : Flächeninhalt, a,b Seitenlängen

$A = a \cdot b \quad | :b, \text{ tauschen} \iff a = A : b = \frac{A}{b}$

Flächenlänge eines Quadrates: $A = a^2$ A : Flächeninhalt, a Seitenlänge des Quadrates
 $A = a^2 \quad | \text{ tauschen} \iff a^2 = A \quad (\text{nächstes Schuljahr dann} \iff a = \sqrt{A} .)$

Volumen eines Würfels: $V = a^3$ V : Rauminhalt, a Kantenlänge des Würfels

$V = a^3 \quad | \text{ tauschen} \iff a^3 = V \quad (\text{übernächstes Schuljahr dann} \iff a = \sqrt[3]{V} .)$

Oberflächeninhalt eines Würfels: $O = 6 \cdot a^2$ O : Oberflächeninhalt, a : Kantenlänge

$O = 6 \cdot a^2 \quad | :6, \text{ tauschen} \iff a^2 = O : 6 = \frac{O}{6} \quad (\text{nächstes Schuljahr dann} \iff a = \sqrt{\frac{O}{6}} .)$

mathe. delta 8, Seite 59 "Umstellen von Formeln"

Aufgabe 1: ① $A = \frac{g \cdot h}{2}$ Flächeninhalt eines Dreiecks mit Grundseite g und Höhe h

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad | \cdot 2 \Rightarrow 2A = g \cdot h \quad | : h, \text{ es} \Rightarrow g = \frac{2A}{h}$$

$$2A = g \cdot h \quad | : g, \text{ es} \Rightarrow h = \frac{2A}{g}$$

③ $u = a + b + c + d$ Umfang eines Vierecks mit den Seitenlängen a, b, c, d
 $\stackrel{| - b - c - d}{\Leftrightarrow} a = u - b - c - d$. Ebenso: $b = u - a - c - d$

(Es ist ja auch egal, wie die Seitenlängen heißen, daher geht das gleiche "Schema".)

$$c = u - a - b - d$$

$$d = u - a - b - c$$

② $u = 2a + 2b$ Umfang eines Rechtecks mit Seitenlängen a, b
 $\stackrel{| : 2}{\Leftrightarrow} \frac{u}{2} = a + b \Rightarrow a = \frac{u}{2} - b$ oder $b = \frac{u}{2} - a$

($a = (u - 2b) : 2$ oder $b = (u - 2a) : 2$ stimmt auch.)

④ $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$ Innenwinkelsumme eines Vierecks

$$\alpha = 360^\circ - \beta - \gamma - \delta \quad \beta = 360^\circ - \alpha - \gamma - \delta \quad \gamma = 360^\circ - \alpha - \beta - \delta \quad \delta = 360^\circ - \alpha - \beta - \gamma$$

⑤ $V = A \cdot h$ Volumen eines Quaders (oder allgemeiner Prismas) mit Grundfläche A und Höhe h

$$A = \frac{V}{h}, \quad h = \frac{V}{A} = \frac{V}{A}$$

⑥ $A = \frac{1}{2} (a + c) \cdot h$ Flächeninhalt eines Trapezes mit parallelen Seiten a, c und Höhe h ($\hat{=}$ Abstand dieser parallelen Seiten)

$$\stackrel{| \cdot 2}{\Leftrightarrow} 2A = (a + c) \cdot h$$

$$\stackrel{| : (a+c)}{\Leftrightarrow} h = \frac{2A}{a+c}$$

$$2A = (a + c) \cdot h \quad | : h, \text{ es}$$

$$\Leftrightarrow a + c = \frac{2A}{h} \quad | - c \quad \text{bzw.} \quad | - a$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2A}{h} - c \quad \text{bzw.} \quad c = \frac{2A}{h} - a$$

so wird Summe im Nenner zuerst beachtet wie bei $2A : (a+c)$

⑦ $p = m \cdot v$ (Impuls eines Teilchens mit Masse m und Geschwindigkeit v , Prinzip der E -Phase)

$$\Leftrightarrow m = \frac{p}{v} \quad \Leftrightarrow v = \frac{p}{m}$$

⑧ $V = a \cdot b \cdot c$ Volumen eines Quaders mit Kantenlängen a, b, c

$$\Leftrightarrow a = \frac{V}{b \cdot c} \quad \Leftrightarrow b = \frac{V}{a \cdot c} \quad \Leftrightarrow c = \frac{V}{a \cdot b}$$

Aufgabe 2

$$\text{I} - \text{(2)} - \text{(B)} \quad V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow c = \frac{V}{a \cdot b}$$

$$c = \frac{0,54 \text{ m}^3}{18 \text{ m} \cdot 20 \text{ cm}} = \frac{0,54 \text{ m}^3}{18 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m}} = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm} \text{ ist der Balken hoch.}$$

$$\text{II} - \text{(1)} - \text{(C)} \quad v = \frac{s}{t} \Rightarrow v \cdot t = s \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{280 \text{ km}}{112 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2,5 \text{ h} = 2\frac{1}{2} \text{ Stunden ist Herr Tauer gefahren.}$$

$$\text{III} - \text{(3)} - \text{(A)} \quad A = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h \Rightarrow h = \frac{2A}{a+c} \quad (\text{siehe Aufgabe 1, (6)})$$

$$h = \frac{2 \cdot 6900 \text{ m}^2}{150 \text{ m} + 80 \text{ m}} = \frac{2 \cdot 6900 \text{ m}^2}{230 \text{ m}} = 60 \text{ m} \text{ ist der Acker breit.}$$

4. Bearbeite die Beispiele aus der Physik:

Löse nach allen auftretenden Größen auf!

Beachte: Immer erst in Produktform bringen (mit Nennern multiplizieren)!

a) Leistung

$$P = \frac{W}{t} \quad | \cdot t$$

$$\Leftrightarrow \underline{W = P \cdot t} \quad | : W \quad \Leftrightarrow \underline{t = \frac{W}{P}}$$

b) Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t} \quad | \cdot t \quad \Leftrightarrow \underline{s = v \cdot t} \quad | : v$$

$$\Leftrightarrow \underline{t = \frac{s}{v}}$$

c) Dichte

"rho"

$$\rho = \frac{m}{V} \quad | \cdot V$$

$$\Leftrightarrow \underline{m = \rho \cdot V} \quad | : \rho$$

$$\Leftrightarrow \underline{V = \frac{m}{\rho}}$$

d) Druck

$$p = \frac{F}{A} \quad | \cdot A \quad \Leftrightarrow \underline{F = p \cdot A}$$

$$\Leftrightarrow \underline{A = \frac{F}{p}}$$

e) Prozentrechnung

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G} \quad | \cdot G \quad \Leftrightarrow \underline{W = \frac{G \cdot p}{100}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{p = \frac{W \cdot 100}{G}} \quad \left| \begin{array}{l} \Leftrightarrow W \cdot 100 = G \cdot p \\ \Leftrightarrow \underline{G = \frac{W \cdot 100}{p}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} | \cdot 100 \\ | : p \end{array}$$

f) Zinsrechnung (analog zu e)

$$\frac{p}{100} = \frac{Z}{K} \quad \underline{Z = \frac{K \cdot p}{100}}$$

$$\underline{p = \frac{Z \cdot 100}{K}} \quad \underline{K = \frac{Z \cdot 100}{p}}$$

g) Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g \quad | : g \quad \text{bzw.} \quad | : m \quad \Leftrightarrow$$

$$\underline{g = \frac{F_G}{m}} \quad \text{bzw.} \quad \underline{m = \frac{F_G}{g}}$$

h) Arbeit

$$W = F \cdot s \quad | : F \quad \text{bzw.} \quad | : s$$

$$\Leftrightarrow \underline{s = \frac{W}{F}} \quad \Leftrightarrow \underline{F = \frac{W}{s}}$$

i) Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I \quad | : I \quad \text{bzw.} \quad | : R$$

$$\Leftrightarrow \underline{R = \frac{U}{I}} \quad \Leftrightarrow \underline{I = \frac{U}{R}}$$

j) Hangabtriebskraft

$$\frac{F_H}{F_G} = \frac{h}{l} \quad | \cdot F_G \quad \Leftrightarrow \underline{F_H = \frac{F_G \cdot h}{l}} \quad | \cdot l$$

$$\Leftrightarrow F_H \cdot l = F_G \cdot h \quad | : l \quad \text{bzw.} \quad | : F_H$$

$$\Leftrightarrow \underline{F_G = \frac{F_H \cdot l}{h}} \quad \underline{l = \frac{F_G \cdot h}{F_H}}$$

k) elektrische Leistung

$$P = U \cdot I \quad | : U \quad \text{bzw.} \quad | : I$$

$$\Leftrightarrow \underline{I = \frac{P}{U}} \quad \Leftrightarrow \underline{U = \frac{P}{I}}$$

l) Beschleunigung

$$a = \frac{v}{t} \quad | \cdot t \quad \Leftrightarrow \underline{v = a \cdot t} \quad | : a$$

$$\Leftrightarrow \underline{t = \frac{v}{a}}$$